Maths 104 CC04 LUN 10/10/2022
10 min Calculatrice mode EXAM

<u>Exercice 1</u> [8 points]

Dresser le tableau de signes de : $x^2 + 2x - 35$.
En déduire les solutions de l'inéquation $x(x + 2) < 35$.

<u>Exercice 2</u> [12 points]

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $(2x - 3)(x + 1) \geqslant 3x^2 - 4$.

Corrigé

Exercice 1

Tableau de signes de $x^2 + 2x - 35$

Corrigé

$x^2 + 2x - 35 = 0$ est de la forme $ax^2 + bx + c = 0$ avec
$a = 1$, $b = 2$ et $c = -35$, de discriminant :

$$\Delta = b^2 - 4ac = (2)^2 - 4(1)(-35) = 4 + 140 = 144$$

$\Delta > 0$ donc l'expression admet deux racines réelles distinctes :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 - \sqrt{144}}{2(1)} = \frac{-2 - 12}{2} = \frac{-14}{2} = -7$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 + \sqrt{144}}{2(1)} = \frac{-2 + 12}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

Règle

$ax^2 + bx + c$ est « du signe de a à l'extérieur des racines et du signe contraire entre les racines ».

On obtient le tableau de signes :

x	$-\infty$		-7		5		$+\infty$
$x^2 + 2x - 35$		$+$	0	$-$	0	$+$	

• $x(x + 2) < 35 \Leftrightarrow x^2 + 2x < 35 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 35 < 0$

Le tableau de signes précédent donne l'ensemble des solutions :

$$S =]-7\,;5[$$

Exercice 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $(2x - 3)(x + 1) \geqslant 3x^2 - 4$.

Corrigé

$(2x - 3)(x + 1) \geqslant 3x^2 - 4 \Leftrightarrow 2x^2 + 2x - 3x - 3 \geqslant 3x^2 - 4$
$\Leftrightarrow 2x^2 - x - 3 \geqslant 3x^2 - 4 \Leftrightarrow 2x^2 - x - 3 - 3x^2 + 4 \geqslant 0$
$\Leftrightarrow -x^2 - x + 1 \geqslant 0$

$-x^2 - x + 1$ est de la forme $ax^2 + bx + c$ avec $a = -1$,
$b = -1$ et $c = 1$, de discriminant :

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(-1)(1) = 1 + 4 = 5$$

$\Delta > 0$ donc l'expression admet deux racines réelles distinctes :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{+1 - \sqrt{5}}{2(-1)} = \frac{1 - \sqrt{5}}{-2} = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \approx 0{,}62$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{+1 + \sqrt{5}}{2(-1)} = \frac{1 + \sqrt{5}}{-2} = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \approx -1{,}62$$

Règle

$ax^2 + bx + c$ est « du signe de a à l'extérieur des racines et du signe contraire entre les racines ».

On obtient le tableau de signes :

x	$-\infty$		$\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$		$\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$		$+\infty$
$-x^2 - x + 1$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Le tableau de signes précédent donne l'ensemble des solutions :

$$S = \left[\frac{-1 - \sqrt{5}}{2}\,;\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}\right]$$